Correction du QCM n°1

1) $\dfrac{\frac{9}{7}}{\frac{21}{10}} = \frac{9}{7} \times \frac{10}{21} = \frac{3\times3\times10}{7\times7\times3} = \frac{30}{49}$. (b)

2) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{24} + \frac{2}{24} + \frac{16}{24} = \frac{3+2+16}{24} = \frac{21}{24} = \frac{7\times3}{8\times3} = \frac{7}{8}$ ($\frac{21}{24}$ n'est pas irréductible !). (a)

3) $\sqrt{64} + \sqrt{36} = \sqrt{8^2} + \sqrt{6^2} = 8 + 6 = 14$. (c)

4) $\sqrt{6} \times \sqrt{54} = \sqrt{6 \times 54} = \sqrt{6 \times (3 \times 18)} = \sqrt{(6 \times 3) \times 18} = \sqrt{18 \times 18} = \sqrt{18^2} = 18$.
De la même manière, $\sqrt{27} \times \sqrt{12} = \sqrt{18^2} = 18$.
Ainsi
$$\sqrt{6} \times \sqrt{54} + \sqrt{27} \times \sqrt{12} + 18 = 18 + 18 + 18 = 54. \ (c)$$

5) $0,4 = \frac{2}{5}$. Donc $0,4^{-5} = (\frac{2}{5})^{-5} = (\frac{5}{2})^5$. (a)

6) $4 \times 10^3 - 10^4 = 4 \times 10^3 - 10 \times 10^3 = (4 - 10) \times 10^3 = -6 \times 10^3 = -6000$. (b)

7) $3 \times 10^4 \times 10^{-2} \times \frac{5}{10^{-1}} = (3 \times 5) \times (10^4 \times 10^{-2} \times 10) = 15 \times 10^{(4-2+1)} = 15 \times 10^3 = 150 \times 10^2$. (c)

8) $14^2 = (13+1)^2 = 13^2 + 2 \times 13 + 1$ (on utilise l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$). (a)

9) c)Pour trouver le PGCD de deux nombres entiers, on utilise l'algorithme d'Euclide :

$$\begin{array}{rcrcrcr} 598 & = & 322 & \times & 1 & + & 276 \\ 322 & = & 276 & \times & 1 & + & 46 \\ 276 & = & 46 & \times & 6 & + & 0 \end{array}$$

Le PGCD de 598 et 322 est le dernier reste non nul, c'est 46. (c)

10) c) Une expression factorisée est une expression écrite sous la forme d'un produit.
S'apercevoir que
$$x(x-1) + x - 1 = x(x-1) + (x-1) = x(x-1) + 1 \times (x-1).$$
Le facteur commun aux deux termes est alors $(x-1)$.
D'où $x(x-1) + x - 1 = (x-1)(x+1)$. (c)

11) Une expression développée est une expression écrite sous la forme d'une somme (on enlève les parenthèses). On utilise l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ pour développer $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$.
Puis on développe l'autre terme et on simplifie, on obtient $2x^2 + 7x + 3$. (a)

12) L'équation $(5-2x)(x+5) = 0$ équivaut à
$$(5-2x) = 0 \ \text{ ou } \ (x+5) = 0.$$
Or $(5-2x) = 0$ a pour solution $\frac{5}{2}$ et $(x+5) = 0$ a pour solution -5. (b)

13) $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ donc l'équation équivaut à $x = x$. Par conséquent, tout nombre réel est solution (tout nombre est égal à lui-même). (c)

14) Le facteur commun est $(x+2)$. On a donc
$$(x+1)(x+2) - 5(x+2) = [(x+1) - 5](x+2) = (x-4)(x+2). \ \ (b)$$

15) Utiliser l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ avec $a = (2x+3)$ et $b = 4$.
Alors
$$(2x+3)^2 - 16 = [(2x+3)+4][(2x+3)-4] = (2x+7)(2x-1).$$
L'équation initiale est alors équivalente à $(2x+7)(2x-1) = 0$.
On applique la même méthode que pour la question 12) et on trouve $-\frac{7}{2}$ et $\frac{1}{2}$. (a)

16) $x^2 + 5 = 0$ est équivalent à $x^2 = -5$ qui n'admet pas de solution réelle
(un carré ne peut pas être négatif !). (c)

17) Une fonction affine est de la forme $f(x) = ax + b$ (b pouvant être nul !), donc $f(x) = 3x$ et $f(x) = 3x - 2$ sont des fonctions affines, mais pas $f(x) = 3x^2 - 1$ (car il y a un x^2). (c)

18) On sait que la longueur de la diagonale d'un carré de côté de longeur a cm est $a\sqrt{2}$ cm (d'après le théorème de Pythagore).
Si le losange décrit était un carré, sa diagonale serait de longueur $7\sqrt{2}$cm, ce qui n'est pas le cas (car on nous dit qu'une de ses diagonales a pour longueur 10 cm). (b)

19 a) Un parallèlogramme qui a deux côtés consécutifs égaux est un losange.
Or d'après le théorème de Pythagore
$$AD^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$
d'où $AD = 5$.
Comme AD = AB, ABCD est un losange. (a)

20) b) Soient $\mathcal{V}$ le volume de SABCD, $\mathcal{A}$ l'aire de la base ABCD, et h la hauteur recherchée.
La formule du volume d'une pyramide est
$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A} \times h.$$
Donc
$$h = \frac{3 \times \mathcal{V}}{\mathcal{A}}.$$
Or Application numérique :
$$h = \frac{3 \times 24}{(2\sqrt{2})^2} = \frac{3 \times 24}{8} = 3^2 = 9cm. \quad (b)$$