

FACTORISER

Comment factoriser? Pour factoriser une somme, on dispose de plusieurs méthodes:

- a) On peut mettre en évidence un facteur commun à tous les termes de la somme
- b) On peut utiliser des identités remarquables
- c) Les deux méthodes précédentes peuvent se succéder en plusieurs étapes.

1) Quel facteur commun ?

a- Savoir modifier les signes de certains facteurs d'un produit.

Exercice 1 : Soit $A = (3x - 2)(x + 5)(1 - x)$. Sans développer, préciser si les expressions suivantes sont égales à l'expression A ou à l'opposé de A.

$B = -(3x - 2)(x + 5)(1 - x)$	$D = -(2 - 3x)(-x - 5)(1 - x)$	$F = (3x - 2)(-x - 5)(1 - x)$
$C = -(3x - 2)(x + 5)(x - 1)$	$E = (2 - 3x)(x + 5)(1 - x)$	$G = -(2 - 3x)(x + 5)(x - 1)$

b- Reconnaître un facteur commun.

Exemple : Soit $A = 8x(3x + 5)(x - 4) - 7(x + 1)(5x - 20) + 2(4 - x)$

Cette expression se présente comme somme de trois termes. On ne voit aucun facteur qui figure explicitement dans chaque terme. On cherche alors à repérer un facteur commun qu'on pourrait faire apparaître. Pour cela, on a souvent recours à une factorisation ou à des changements de signes de facteurs.

Dans notre exemple, on remarque que $5x - 20 = 5(x - 4)$ et que $(4 - x)$ est l'opposé de $(x - 4)$.

On peut donc écrire : $A = 8x(3x + 5)(x - 4) - 7(x + 1) \times 5(x - 4) + 2 \times (-1)(x - 4)$

D'où $A = 8x(3x + 5)(x - 4) - 35(x + 1)(x - 4) - 2(x - 4)$

Le facteur $(x - 4)$ est maintenant commun aux trois termes de la somme A.

Lire l'exercice résolu 2 page 182.

Exercice 2 : En s'inspirant de l'exemple, faire apparaître dans chaque terme un facteur commun à tous les termes de l'expression donnée, puis factoriser cette expression.

$B = (5x - 2)(4x - 3) - 7x(3 - 4x)$	$D = 3x(x - 2) + x(x - 5)(2 - x)$	$F = (x^2 - 1)(3x - 1) - 4(3x + 1)(x - 1)$
$C = (4x + 1)(3x + 6) + x(x + 2)$	$E = 5x(-2x + 6) - (x + 2)(x - 3)$	$G = 8x^3 + 4x$

Exercices 13, 16, 17, 18 et 19 page 187.

2) Utilisation d'identité remarquable.

Pour factoriser certaines expressions, il est important de reconnaître un produit remarquable. Pour cela, l'expression donnée doit se présenter sous l'une des formes suivantes :

différence de deux carrés	$a^2 - b^2$
trois termes dont une somme de deux carrés	$a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2$

Méthode : Avant de factoriser, faire apparaître les expressions qui remplacent a et b dans les identités remarquables.

Exemple : $9x^2 - 49 = (?)^2 - (?)^2$
 $= (3x)^2 - (7)^2 = \dots\dots\dots$

Dans le cas où l'on croit reconnaître $a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2$, on utilise les carrés pour déterminer a et b et on n'oublie pas de vérifier que le troisième terme est le double produit 2ab.

Exemple : Pour $25x^2 + 20x + 4$, on a $(5x)^2 = 25x^2$ $2^2 = 4$ et $2 \times 5x \times 2 = 20x$

Donc, $25x^2 + 20x + 4 = \dots\dots\dots$

Lire l'exercice résolu 3 page 182 .

Exercice 3 : Dans chaque cas, après avoir reconnu une identité remarquable, factoriser l'expression donnée.

$A = 16x^2 - 9$	$C = x^2 - 3$	$E = (x - 2)^2 - 9$
$B = 49x^2 + 28x + 4$	$D = 4x^2 - 12x + 9$	$F = (x - 1)^2 - 4(x - 1) + 4$

Exercices 10, 11, 14 et 15 page 187.

3) On utilise les deux méthodes précédentes

Exercice 4 : Factoriser les expressions suivantes :

$A = 15x^3 - 30x^2$	$D = (6x - 3)^2 - (2x - 1)$	$G = 9x^2 - 6x + 1 - (6x - 2)(x + 3)$
$B = (x - 3)(4x - 1) - (x - 3)^2$	$E = (x - 1)^3 - 2(x - 1)^2$	$H = (2x - 1)^2 - 3(2 - 4x)(x + 1) - 4x^2 + 1$
$C = (2x - 5)^2 - 3(5 - 2x)$	$F = (x + 2)^2 - 49(5 - x)^2$	$I = (2x + 1)^2 - 2(1 + 2x)(x - 1) + (1 - x)^2$

Exercice 20 page 188.