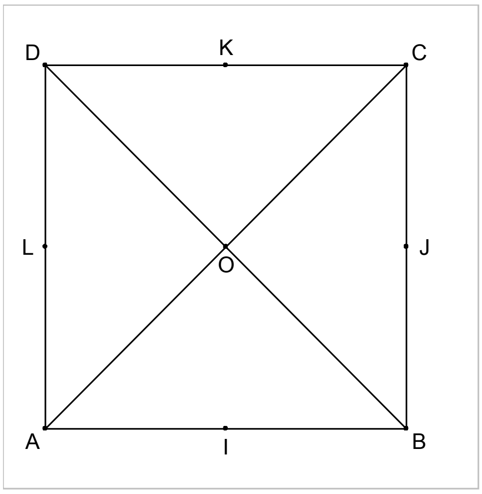
Exercice I

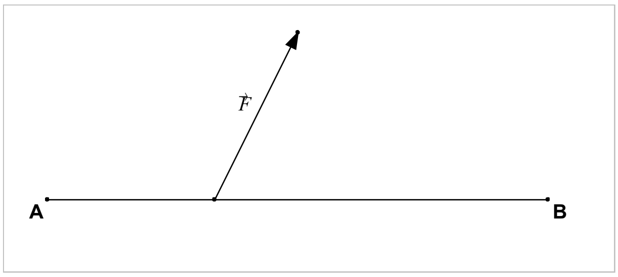
ABCD est un carré de côté 6 et de centre O. I, J, K et L sont les milieux respectifs de ses côtés [AB], [BC], [CD] et [DA].
Calculer les produits scalaires suivant :

a. $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{DB}$ b. $\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{CA}$ c. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{LC}$ d. $\overrightarrow{LJ}.\overrightarrow{BO}$ e. $\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{DC}$



Exercice II

Le travail d'une force $\vec{F}$ d'angle $\alpha=\frac{\pi}{3}$ sur un déplacement rectiligne $\overrightarrow{AB}$ est donné par la formule $W=\vec{F}.\overrightarrow{AB}$. Calculer le travail (en Joules) dans le cas suivant :



où F=20 N et AB=2 m

Quelle est la nature de ce travail (moteur, résistant ou nul) ?

Exercice III

Soients $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$ deux vecteurs d'un plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$. Calculer $\vec{u}.\vec{v}$

1°) en utilisant la formule : $\vec{u}.\vec{v}=xx'+yy'$

2°) en utilisant la formule : $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2)\Leftrightarrow\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2)$

Que devient cette dernière formule lorsque les vecteurs sont orthogonaux ? Quel théorème bien connu retrouve-t-on ainsi ?

Exercice IV

Démontrer le théorème suivant :

Théorème de la médiane : AMB étant un triangle et I étant le milieu de son côté [AB], on a :

a. $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=MI^2-\frac{AB^2}{4}$

b. $MA^2-MB^2=2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{IM}$

c. $MA^2+MB^2=2IM^2+\frac{AB^2}{2}$

Exercice V

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1°) Déterminer le réel x tel que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x\\4\end{pmatrix}$ soient orthogonaux.

2°) Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\2\sqrt{3}\end{pmatrix}$ deux vecteurs. Déterminer la mesure de l'angle $(\vec{u};\vec{v})$.

3°) Déterminer l'équation réduite de la droite (D) passant par le point $A\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et admettant $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ comme vecteur normal.

4°) Les droites $(d_1):2x+3y-1=0$ e et $(d_2):y=\frac{3}{2}x+2$ sont-elles perpendiculaires ?